

8

(0153-96)

אוניברסיטת בר-אילן
המחלקה למתמטיקה ולסדעי המחשב

מתמטיקה בדידה (88-195)

סמסטר א' מועד א', תשנ"ו

88195
191קה

מרצה: פרופ' י. שזיקה

זמן: שעתיים

הנחיות: אין להשתמש בחומר כתוב.

ענה על ארבע מתוך חמש השאלות הבאות. השתמש בעמוד השמאלי בלבד של כל דף לרישום התשובות, ובעמוד הימני לטיוטות. השתמש בכל מחברת לשתי תשובות בלבד. אחת בתחילת המחברת ואחת באמצעיתה.

1. א. הגדר בדיוק מה היא קבוצה שלמה של קשרים. תן שלוש דוגמאות של קבוצה כזו: עם אבר אחר; עם 2 אברים; עם 3 אברים.
תן דוגמא של קבוצה לא שלמה עם 3 אברים
האם יש קבוצה שלמה בעלת n אברים, לכל $1 \leq n$?

ב. קבע אלו מהנטסחאות הבאות הן בצורה דיסיונקטיבית נורמלית, אלו הן רק בצורה דיסיונקטיבית, ואלו אינן גם בצורה זו:
$$p \wedge q \quad p \vee \sim q \quad \sim p \vee (p \wedge q) \quad (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

ג. האם יתכן שנוסחה בצורה דיסיונקטיבית נורמלית עם 2 אטומים תהיה סתירה? אם כן, תן דוגמא; אם לא, הוכח.

2. א. תהי A קבוצה לא ריקה סדורה; אלו תנאים נוספים חייבים להתקיים כדי שזו תהיה מערכת פיאנו? לכל תנאי כזה, תן דוגמא של A סדורה היטב שבה הוא אינו מתקיים.

ב. תהי P מערכת פיאנו; הוכח כי כל קבוצה חלקית אינסופית של P היא גם כן מערכת פיאנו.

ג. הוכח, לפי בחירתך, את הקומוטטיביות או האסוציאטיביות של החיבור או של הכפל בטבעיים (אפשר להסתמך בהוכחה על תכונות אחרות של פעולות אלה).

9

3. א. תהי S קבוצה לא ריקה, T קבוצת החזקה שלה. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

$$S \cap T = \emptyset; S^2 \subseteq T^2; \{S\} \in T; S \in T; \{S\} \subseteq T; S \subseteq T$$

ב. תן דוגמאות לכל אחד מהסעיפים הבאים (הגדר כמובן גם את הקבוצות A, B של הדוגמא):

1. יחס סדר ליניארי לא טוב על A .
2. פונקציה $f: A \rightarrow B$ שלמה ולא חד-חד-ערכית.
3. פונקציה $f: A \rightarrow B$ חד-חד-ערכית ולא על.
4. פונקציה $f: A \rightarrow B$ שאין לה פונקציה הפוכה.
5. יחס בינרי R על קבוצה A אינסופית, כך שהסגור הטרגניזיטיבי של R מכיל מספר סופי בלבד של אברים.

4. א. קבע אם ההצגה של המספרים הבאים לפי הבסיסים המוזכרים היא סופית; מחזורית; לא מחזורית, תוך הוכחה:

1. $12/42$ בבסיס 7;
2. $5/6$ בבסיס 3; 5; 36.
3. $\sqrt{2}$ בבסיס 2; 8.

ב. חשב את המספר הרציונלי המוצג בבסיס 3 ע"י הטור המחזורי; $0.132\overline{1}$

ג. נסח במדויק ללא הוכחה את משפט החלוקה עם שארית ואת משפט הפירוק לגורמים ראשוניים של מספרים טבעיים.

5. א. הסבר כיצד ניתן לבדוק אם טיעון המוצג על ידי מספר הנחות ומסקנה, הוא אמנם תקף. האם ייתכן שההנחות נכונות, המסקנה נכונה, והטיעון אינו תקף? האם ייתכן שהטיעון תקף והמסקנה לא נכונה? הוכח או תן דוגמא.

ב. הגדר מהו הסגור הטרגניזיטיבי S של יחס בינרי R על A . כיצד היית מחשב סגור זה כאשר A סופית? הראה ש- $R = S \Leftrightarrow R^2 \subseteq R$.

ג. תן דוגמא של יחס סדר על הטבעיים שהוא טוב, עם מקסימום, ועם 3 אברים שאין להם קודם ישיר.