

אוניברסיטת בר-אילן
המחלקה למתמטיקה ולמדעי המחשב

מחמיוניקה בדירה (88-195)
השני - מחסר א' מועד ב'

מיניקה: פרוב' ג' שונקה
הנחיות: אין להשתמש בחומר כתוב.
ענה על 4 מתוך 5 השאלות הבאות:

1. א. הקשר * מוגדר ע"י הטבלה הבאה:

p	q	p*q
T	T	F
T	F	F
F	T	T
F	F	F

קבע אם הפסוק $p * (p \rightarrow (q * \sim p))$ הוא טאוטולוגיה.

ב. הוכח או הפרך:

1. אם A טאוטולוגיה או לכל B: $A \rightarrow B$ טאוטולוגיה; $A \wedge B$ טאוטולוגיה; $A \vee B$ טאוטולוגיה.
2. אם $A \vee B$ טאוטולוגיה או $\sim B \rightarrow A$ טאוטולוגיה.

2. א. הוכח או הפרך את הטענות הבאות (A,B,C הן קבוצות כלשהן):

$$A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$

$$(A - B) - C = A - (B \cup C)$$

ב. לכל A, תהי $P(A)$ קבוצת החזקה של A. הוכח כי:
 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in P(P(P(S)))$

ג. מצא את מספר יחסי השקילות האפשריים על הקבוצה $A = \{1,2,3,4\}$ והוכח את טענתך (אין צורך למצוא ולהגדיר ממש יחסים אלה).

3. א. יהי $n \geq 1$ מספר טבעי מסוים, ותהי $f: \{k: 1 \leq k \leq n\} \rightarrow N$ פונקציה שלמה. הוכח שיש מקסימום בטווח של f .

ב. נגדיר על הטבעיים יחס R לפי: $R(m, n)$ אם m מחלק את n . הוכח שיחס כזה הופך את הטבעיים לסריג.

ג. הוכח או הפרך:
לכל קבוצה אינסופית חלקית לקבוצה סדורה היטב, אין מקסימום.

4. א. הוכח בצורה מלאה: אם המספר טבעי n ניתן לייצוג בבסיס 7 על ידי 4 ספרות או פחות, אז $n > 2500$ (המספר האחרון רשום בבסיס 10).

ב. יהיו n, m, k טבעיים, ונגיח k/mn ; הוכח או הפרך את כל אחת מהטענות הבאות:

(1) אם n, m ראשוניים או k/m או k/n

(2) אם k ראשוני או k/m או k/n

(3) תמיד k/m או k/n

ג. יהי d המ.מ.מ של m, n ; ויהי $m = k_1 d, n = k_2 d$.
מה אפשר לאמור על המ.מ.מ של k_1, k_2 ? הוכח.

5. א. הוכח או הפרך: $(A \times A) \cup (B \times C) = (A \cup B) \times (A \cup C)$

ב. R סימטרי וטרנוזיטיבי אם ורק אם $R = R^{-1} \circ R$

ג. אם שתי נוסחאות בצורה דיסיונקטיבית נורמלית (עם אותם אטומים), הן שקולות, אז יש להן אותו מספר מונומים.

ד. בדוק אם הטיעון הבא תקף.

1. אם המספר הוא זוגי או הוא מתחלק ב-2
2. הוא זוגי.
3. אם המספר ראשוני או אינו מתחלק ב-2.

מסקנה: 2 אינו ראשוני.