

1A

88195
3710

אוניברסיטת בר-אילן
המחלקה למתמטיקה ולמדעי המחשב

מתמטיקה בדידה (88-195)
תשנ"ו, סמסטר ב' מועד א'

מרבית: פרופ' נ. שויקה

זמן: שעתיים

הוראות: אין להשתמש בחומר כתוב.

ענה על 4 מתוך 5 השאלות הבאות:

1. א. תהי Δ פעולת ההפרש הסימטרי על קבוצות. הוכח או הפרך (הטענה אמורה להיות נכונה לכל A, B).

$$A\Delta\emptyset = A \quad (1)$$

$$A\Delta U = \emptyset \quad (2)$$

$$A\Delta\bar{B} = A \cap B \quad (3)$$

ב. הגדר את המושג 'פעולה בינארית על קבוצה A' וכן מתי פעולה כזאת היא קומוטיטיבית; אסוציאטיבית; וכן אבר יחידה של פעולה כזאת.

ג. בדוק את נכונות הטענות הבאות (A קבוצה כלשהיא; $P(A)$ קבוצת החזקה שלה).
 $\{A\} \subseteq P(A); \{A\} \in P(A); A \subseteq P(A); A \in P(A)$

2. א. הגדר את טבלת האמת של NAND ושל NOR והצג באמצעות אחד מהם (כרצונך), את השני.

ב. מצא טסחה בצורה דיסיונקטיבית טרמלית שקולה לטסחאות הבאות, ואם אין, נמק מדוע:

$$[p \wedge (\sim q \vee p)] \Rightarrow (\sim p \vee q); \quad p \Leftrightarrow \sim p; \quad p \Rightarrow \sim p; \quad \sim p \Rightarrow p$$

ג. בדוק את תקפות הטיעונים הבאים:

(1) אם p אז q ; לא q ; לכן לא p .

(2) רק אם לא q אז p ; לא p ; לכן לא q .

(3) (לא p) אם ורק אם q ; p או q ; לכן לא q .

3. א. יהיו M, N, K מספרים טבעיים. האם תמיד אפשר למצוא מספרים שלמים

15

$$x, y \text{ כך ש-} xM + yN = K \text{ ?}$$

- ב. הוכח את משפט אוקלידס על קיום אינסוף מספרים ראשוניים.
- ג. תאר (ללא הוכחה) את אלגוריתם אוקלידס למציאת מ.מ.מ. של שני מספרים.
4. א. נגדיר יחס בינרי R על N^2 לפי:
- $$R((m_1, n_1), (m_2, n_2)) \text{ אם ורק אם } n_1 \leq n_2 \text{ וגם } m_1 \leq m_2$$
- האם זהו סדר חלקי חלש?
 - האם הוא לינארי?
 - האם יש מקסימום? מינימום?
 - תן דוגמא של שרשרת אינסופית ב- N^2 .
 - האם יש אנטי שרשרת אינסופית ב- N^2 ?
- ב. הוכח או הפרך:
- יש יחס בינרי סופי על N שהסגור הטרוניטיבי שלו אינסופי.
 - יש יחס שקילות על N שהוא גם יחס סדר חלש.
5. א. נסח בדיוק מוחלט את:
- המושג 'מערכת פיאנו'.
 - משפט החילוק עם השארית.
 - משפט הפירוק של מספר טבעי לגורמים ראשוניים.
 - קיום וחד ערכיות הייצוג של מספר טבעי לפי בסיס נתון.
- ב. (1) חשב את המספר הרציונלי המוצג בבסיס 6 לפי: $0.152\bar{2}$ (להשאיר את התוצאה בצורת שבר עשרוני).
- (2) מה אתה יכול לאמר (עם הנמקה, ללא הוכחה) על חד ערכיות הייצוג של מספר רציונלי $0 \leq r \leq 1$ לפי בסיס $1 < a$ נתון?