

17

17/2

ב"ה, כ"ז בטבת תשנ"ז  
5 בפברואר 1997

88195  
4/1/97

בחינה בקודס מתמטיקה בדידה  
תשנ"ז, סמ' א' מועד א'

מרצה: פרופ' י. שויקה

זמן: שעתיים

הוראות: אין להשתמש בחומר כתוב

ענה על 4 מתוך 5 השאלות הבאות:

1. א. קבע אלו מהנוסחאות הבאות הן בצורה דיסיונקטיבית נורמלית, אלו הן בצורה דיסיונקטיבית, ואילו אינן גם בצורה זו.

$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \rightarrow p$     $p \wedge q$     $p \vee q$     $p \wedge \neg q$     $\neg p \vee (p \wedge q)$

ב. נתון הקשר  $\sigma$  ע"י הטבלה הבאה:

p	q	$p \sigma q$
T	T	F
T	F	F
F	T	T
F	F	F

קבע אם הנוסחה  $p \sigma (p \rightarrow (p \sigma \neg q))$  היא טאוטולוגיה.

ג. הגדר מהי קבוצה שלמה של קשרים. תן דוגמה של קבוצה כזו עם קשר אחד; עם שני קשרים; עם חמישה קשרים; ותן דוגמה של קבוצה לא שלמה בעלת 2 קשרים.

2. א. תן דוגמה של יחס בינרי אינסופי על הטבעיים המקיים את התנאי הבא (כל תנאי שאלה נפרדת):

- א. יחס סדר חלקי חלש לא לינארי.
- ב. יחס סדר לינארי עם אבר ראשון שאינו סדר טוב.
- ג. היחס הוא פונקציה קבועה.



2 מתק 2

מתמטיקה רציפה / 5.2.97 / פרק 1 : שאלה

ד. היחס הוא פונקציה שאין לה פונקציה הפוכה.

ב. יהיה  $R, S$  יחסים בינריים על  $A$ ; האם פעולת הכפל  $R \circ S$  קומוטיבית? אסוציאטיבית? האם פעולת הכפל  $R \times S$  (כאשר מסתכלים על  $S, R$  בעל קבוצות) היא קומוטיבית? אסוציאטיבית? האם יתכן  $R \circ R = R \times R \times R$ ?

3. א. תהי  $A$  קבוצה לא ריקה,  $f: A \rightarrow A$  פונקציה שלמה, ויהי:

$$R = \{(a, f(a)) \mid a \in A\}$$

האם יתכן ש- $R$  יהיה יחס שקילות? יחס סדר חלקי?

ב. תן דוגמא של פונקציה  $f: A \rightarrow A$  כאשר

1.  $f$  שלמה וחח"ע אך לא על.

2.  $f$  שלמה ועל, אך לא חח"ע.

3.  $f$  לא שלמה, אבל על וחח"ע.

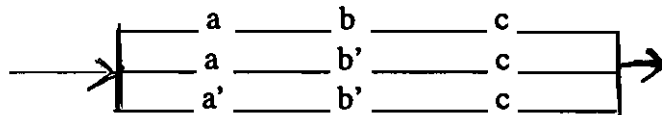
ג. בנה את המעגל האלקטרוני הפשוט ביותר המיצג את הפסוק הבא:

$$r(pq) + p(r + pq)$$

4. א. הוכח כי יחס סדר טוב אינו יכול להיות צפוף, וכי יחס סדר צפוף אינו יכול להיות טוב. האם אפשר להסיק מכאן שיחס סדר הוא טוב אם ורק אם אינו צפוף?

ב. יהי  $R$  סימטרי, הוכח כי  $R^n$  סימטרי לכל  $n \geq 1$ .

ג. פשט את המעגל הבא:



5. א. הגדר את המושג "סגור טרנוזיטיבי של  $R$ ", כאשר  $R$  יחס בינרי על  $A$ , ומצא נוסחה לחשב אותו כאשר  $A$  סופית ומכילה  $n$  איברים.

ב. תן נוסחה מפורשת לחישוב מספר האיברים באיחוד של 3 קבוצות סופיות.

ג. תהי  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . כמה יחסי שקילות  $R$  עם אינדקס 2 יכולים להיות על  $A$  כך שהפירוק המושרה על ידם יהיה נתון ע"י  $B_1 = \{1, 3, 5\}$   $B_2 = \{2, 4\}$ ? תן ייצוג לאחד מהם ע"י מטריצה של  $5 \times 5$ .