19

2 מתוך 1 דף

88195
שויקה

אוניברסיטת בר-אילן

המחלקה למתמטיקה ולמדעי המחשב

בחינה בקורס מתמטיקה בדידה (88-195)

תשנ"ז, סמסטר א' מועד ב'

מרצה: פרוף' י. שויקה

זמן: שעתיים

הוראות: אין להשתמש בחומר כתוב

1. א. הראה (ללא בנייה מפורשת של טבלת אמת, אם אפשר) שהפסוק הבא הוא טאוטולוגיה:

$$A: \quad (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)]$$

ב. הסק מכאן את הצורה הדיסיונקטיבית נורמלית של אותו פסוק.

ג. האם יש צורה דיסיונקטיבית נורמלית לפסוק $\sim A$? אם כן, מצא אותה; אם לא, נמק.

ד. מצא פסוק המכיל רק את הקשרים $\Rightarrow$ $\sim$ ושטבלת האמת שלו היא:

P	q	A
T	T	F
T	F	T
F	T	F
F	F	T

2. א. הסבר בדיוק מה הוא טיעון וכיצד בודקים אם טיעון הוא תקף (הקפד על הניסוח!)

ב. הראה שאם הטעון הבא שבצד ימין תקף, אז גם הטיעון שבצד שמאל תקף לכל פסוק B שהוא:

$$\begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \sim M \\ \hline B \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \hline M \end{array}$$

ג. האם יתכן שהטיעון תקף והמסקנה לא נכונה? אם כן, **תן** דוגמא; אם לא הוכח.

ד. מהו מספר הקשרים בעלי 4 משתנים? ובאופן כללי בעלי n משתנים?

40

א3 במועד

מתמטיקה בדידה 88-195

תשנ"ט

סמ' א' מועד ב'

3. א. נגדיר פעולה $\square$ על קבוצות לפי $A \square B = (A \cup B) - (A \cap B)$

1. חשב $A \square A$, $A \square \varnothing$, $A \square \sim A$, $A \square U$

2. קבע (תוך הוכחה) אם הפעולה $\square$ דיסטריבוטיבית כלפי האיחוד, היינו:
$$A \square (B \cup C) = (A \square B) \cup (A \square C)$$

ב. האם יתכן שקבוצות A, B יקיימו $A \in B$ וגם $A \subseteq B$? האם ייתכן, ומתי, שקבוצה שווה לקבוצה החזקה שלה ?

ג. הראה שלכל קבוצה לא ריקה, יש פונקציה חד חד ערכית ממנה אל קבוצת החזקה שלה.

ד. יהי R יחס בינרי על A, S הסגור הטרנזיטיבי שלו. הוכח כי $S = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^i$

חשב <u>בהתאם לנוסחה זו</u> את הסגור הטרנזיטיבי של היחס הבא (על קבוצת המספרים הטבעיים $1 \le n \le 10$):

$R: \{(7,5),(4,3),(8,3),(1,4),(4,8),(1,7)\}$

4. א. תהי S קבוצה חלקית למספרים הממשיים E, ותהי $A = \{f | f: \ S \to R, \text{שלמה}\}$

ונגדיר יחס בינרי W על A לפי fWg אם $f(x) \le g(x)$ לכל $x \ni S$.

1. הראה כי W סדר חלקי חלש, תמיד (לכל S).
2. תן דוגמא של S עבורה W לינארי, ודוגמא אחרת עבורה אינו לינארי.
3. בדוק תוך הוכחה, בהתאם לקבוצה S, מתי הטענות הבאות מתקיימות או לא מתקיימות:

יש מינימום ל- A; יש מקסימום ל- A; W הוא צפוף; W הוא סדר טוב.

ב. הוכח שבכל קבוצה סדורה היטב יש לכל אבר (שאינו מקסימום) עוקב ישיר, אך לא תמיד נכון שלכל אבר (גם אם אינו מינימום) יש קודם ישיר.

5. א. תהי $A = \{n: \ \ 1 \le n \le 10\}$

1. תן דוגמא של יחס שקילות בעל אינדקס 3 על A.
2. יהיו: $A_1 = \{2,5,7\}, \quad A_2 = \{1,5,8,9\}, \quad A_3 = \{1,2,4\}$.
תאר את הפירוק שקבוצות אלה משרות על A. כמה קבוצות לא ריקות יש בפירוק זה?
3. תהי B קבוצת החזקה של A, מסודרת סדר חלקי לפי הכלה.
תן דוגמא של שרשרת מקסימלית ב- B, ושל אנטי-שרשרת בעלת 5 אברים לפחות, כך שחתוך כל אבריה אינו ריק.

ב. תהי $f: A \to A$ כאשר A אינה ריקה. קבע תוך הוכחה:
האם ייתכן ש- f שלמה וחח"ע אך לא על? שלמה ועל אך לא חח"ע? על וחח"ע אך לא שלמה?

בהצלחה