

1. פתור שלוש מארבע שאלות הבאות:

1. תהיינה $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$. חשב כמה איברים יש בקבוצה: (6 נק')
 $P(A) \cup P(B) \setminus P(A) \cap P(B)$
2. יהיו A, B, C, D קבוצות הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה (6 נק')
 $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$
3. יהיו A, B קבוצות אינסופיות. הוכיחו: (8 נק')
 $|A \times B| = \aleph_0 \Leftrightarrow |A| = \aleph_0, |B| = \aleph_0$
4. לקבוצה C קבע אם קיימות $A, B \subseteq \mathbb{R}$ כך ש $C = A \times B$ (8 נק')
 $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$

2. פתור שלוש מארבע שאלות הבאות:

1. ציינו ליחס הבא אם הוא רפלקסיבי, סימטרי, אנטי-סימטרי או טרנזיטיבי. (6 נק')
 $S \subseteq A \times A, A = \mathbb{R}$
 $S = \{(a, b) \mid a^2 \leq b^2 + 1\}$
2. קבע אם מדובר ביחס שקילות ומאצו את מחלקה השקילות (8 נק')
 $S \subseteq A \times A, A = \mathbb{Z}$
 $S = \{(x, y) \mid x^2 \equiv y^2 \pmod{5}\}$
 $[1] = ?$
3. יהיו קבוצות $X, A, B \subseteq X$ נגדיר הפונקציה (6 נק')
 $f: X \times X \rightarrow \{0, 1\}$
 $f(x, y) = f_A(x) \cdot f_B(y)$
הוכח $f = f_{A \times B}$
4. יהיו קבוצות $X, A, B \subseteq X$ ופונקציה $f: X \rightarrow X$ הוכח או הפרך את הטענה: (6 נק')
 $f(A \setminus B^c) = f(A) \setminus f(B)^c$

3. פתור שלוש מארבע שאלות הבאות:

(8 נק')

1. מהו מספר הפתרונות למשוואה:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$1 \leq x_1 \leq 3$$

$$3 \leq x_2$$

$$0 \leq x_3$$

$$1 \leq x_4 \leq 5$$

(6 נק')

2. מהו מספר הפתרונות לאישווין:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 10$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

3. מהו מספר דרכים לחלק k כדורים ל- n תאים אם מספר הכדורים לכל תא (פרט לראשון) צריך להיות יותר גדול ממספר הכדורים בתא שלפניו. (11 נק')

(11 נק')

4. $D(n)$ - מספר תמורות בסדר n ללא נקודות שבת.

$$D(n) = n! \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \right)$$

מהו מספר תמורות בסדר n כך שיש לפחות 2 נקודות שבת

4. פטור כל שאלות הבאות:

1. הוכח ש

(6 נק')

א. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(8 נק')

ב. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n+1} > 1$

(10 נק')

2. רשום נוסחה כללית לפתרון נוסחת הנסיגה

$$f(0) = 1, f(1) = 2$$

$$f(n) = 5f(n-1) - 4f(n-2)$$

(6 נק')

3. הוכיחו שלא קיים גרף בעל 9 קדקודים עם דרגות שלהם:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3$$

(10 נק')

4. יהי G - גרף לא מכוון וקשיר. הוכיחו שאם לכל קדקוד דרגה 2 לפחות אז יש מעגל בגרף.

2 / הוכחה