

העזרה הזמינה לבעיות
נבחן שימצאו ברשותו חומר
עזר אסור או יתמך בהעזקה
יענש בחומרה עד כדי הרחקתו
מהאוניברסיטה.

1. פתור שלוש מארבע שאלות הבאות:

1. תהיינה $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$. חשב כמה איברים יש בקבוצה: (5 נק')

$$P(P(A \cup B) \setminus P(A \cap B))$$
2. יהיו A, B, C, D קבוצות הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה (7 נק')

$$(A \times B) \setminus (C \times D) = (A \setminus C) \times (B \setminus D)$$
3. יהיו A, B קבוצות אינסופיות. הוכיחו: (8 נק')

$$|A \cup B| = \aleph_0 \Leftrightarrow |A| = \aleph_0, |B| = \aleph_0$$
4. לקבוצה C קבע אם קיימות $A, B \subseteq \mathbb{R}$ כך ש $C = A \times B$ (8 נק')

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x + y| \leq 1\}$$

2. פתור שלוש מארבע שאלות הבאות:

1. ציינו ליחס הבא אם הוא רפלקסיבי, סימטרי, אנטי-סימטרי או טרנזיטיבי. (6 נק')

$$S \subseteq A \times A, A = \mathbb{R}$$

$$S = \{(a, b) \mid a^2 \leq 2b\}$$
2. קבע אם מדובר ביחס שקילות ומאצו את מחלקה השקילות (8 נק')

$$S \subseteq A \times A, A = \mathbb{Z}$$

$$S = \{(x, y) \mid x^2 \equiv y^2 \pmod{7}\}$$

$$[1] = ?$$
3. יהיו קבוצות X , $A, B, C, D \subseteq X$ נגדיר הפונקציה (6 נק')

$$f: X \times X \rightarrow \{0, 1\}$$
נסמן $Y = (A \cap B) \times (C \cap D)$
נגדיר $f(x, y) = f_A(x) f_B(x) f_C(y) f_D(y)$
הוכח $f = f_Y$
4. יהיו קבוצות X , $A, B \subseteq X$ ופונקציה $f: X \rightarrow X$ הוכח או הפרך את הטענה: (6 נק')

$$f^{-1}(A \setminus B^c) = f^{-1}(A) \setminus (f^{-1}(B))^c$$

3. פתור שלוש מארבע שאלות הבאות:

1. מהו מספר הפתרונות למשוואה: (8 נק')
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$
$$2 \leq x_1 \leq 7$$
$$1 \leq x_2$$
$$2 \leq x_3$$
$$1 \leq x_4 \leq 4$$
2. מהו מספר הפתרונות לאישוין: (6 נק')
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 12$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

3. מהו מספר דרכים לחלק k כדורים ל- n תאים אם מספר הכדורים לכל תא (פרט לראשון) צריך להיות לא פחות ממספר הכדורים בתא שלפניו. (11 נק')

4. $D(n)$ - מספר תמורות בסדר n ללא נקודות שבת. (11 נק')

$$D(n) = n! \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \right)$$

מהו מספר תמורות בסדר n כך שיש להן 3 נקודות שבת

4. פטור כל השאלות הבאות:

1. הוכח ש (6 נק')
א.
$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

ב.
$$\frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$
2. רשום נוסחה כללית לפתרון נוסחת הנסיגה (10 נק')
$$f(0) = 1, f(1) = 1$$
$$f(n) = 3f(n-1) - 2f(n-2)$$
3. הוכיחו שלא קיים גרף בעל 10 קדקודים עם דרגות שלהם: (6 נק')
$$1, 2, 3, 4, 5, 7, 4, 4, 5, 2$$
4. יהי G - גרף לא מכוון וקשיר. (10 נק')
הוכיחו שאם $d(v) = 1, v \in V$ אז $G \setminus \{v\}$ קשיר.