

ועדת המשמעות מזהירה!
נבחן שימצאו ברשותו חומרי
עזר אסורים או יתפס בהעתקה
יענש בחומרה עד כדי הרחקתו
מהאוניברסיטה.

מבחן בקורס מתמטיקה בדידה

88-195-01-05-10

סמסטר א', מועד ב', תשס"ז
מרצים: ד"ר יורם לוזון, ד"ר קובי סניץ וד"ר דוד גרבר
משך הבחינה: שעהיים וחצי.
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הנחיות:

יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות הבאות. משקל כל שאלה 20 נקודות. אם ענית על 6 שאלות עליך לבטל אחת מהן בצורה ברורה, אחרת יבדקו 5 השאלות הראשונות המופיעות במחברת.

שימו לב:

בכל מקום שכתוב הוכח עליכם להוכיח. אחרת מספיקה תשובה סופית.
מספרים מהצורה $\binom{n}{k}$ עדיף להשאיר כפי שהם. לדוגמא, את $\binom{10}{2}$ אין צורך לפרש כ 45.

שאלה 1

תהי $N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$. נגדיר:

$$nN' = \{n \cdot x \mid x \in N_0 \setminus \{1\}\}$$

רשום את חמשת האיברים הקטנים ביותר בקבוצה:

$$N_0 \setminus \left(\bigcup_{n>1} (nN') \right)$$

שאלה 2

נתונה קבוצה A שאיננה ריקה, ותהי $B \subseteq A$ קבוצה נתונה. נגדיר יחס R על $P(A)$ באופן הבא:

$$XRY \Leftrightarrow X \cap B = Y \cap B$$

א. הראה כי R הוא יחס שקילות על $P(A)$.

ב. יהיו נתונים $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $X = \{1, 3, 5\}$. מצא את $[X]$.

שאלה 3

תהי A קבוצה ותהי $f: A \rightarrow A$ פונקציה. נסמן ב- Id_A את פונקציית הזהות על הקבוצה A . הוכח או הפרך:

א. $f = Id_A$ אם ורק אם $f^2 = Id_A$ וגם $f^3 = Id_A$.

ב. $f^2 = Id_A$ וגם $f^3 = Id_A$ אם ורק אם $f^n = Id_A$ לכל $n \in \mathbb{N}$.

ג. f הפיכה אם ורק אם $f^n = Id_A$ עבור איזשהו $n \in \mathbb{N}$.

ד. תהי $g: A \rightarrow A$ פונקציה כך ש $f^n \circ g = Id_A$ עבור איזשהו $n \in \mathbb{N}$ אז g חד-חד-ערכית.

ה. תהי $g: A \rightarrow A$ פונקציה כך ש $f^n \circ g = Id_A$ עבור איזשהו $n \in \mathbb{N}$ אז g על.

שאלה 4

הוכח שאם A, B קבוצות כך ש $|A| \leq |B|$ אז קיימת קבוצה C כך ש- $C \subseteq B$ ו- $|C| = |A|$.

שאלה 5

א. מה מספר הפתרונות למשוואה $a + b + c + d + e = 10$ כאשר כל המשתנים הם מספרים חיוביים (גדולים ממש מ-0), ובנוסף a הוא מספר שלם אי-זוגי?
ב. פתור את נוסחת הנסיגה:

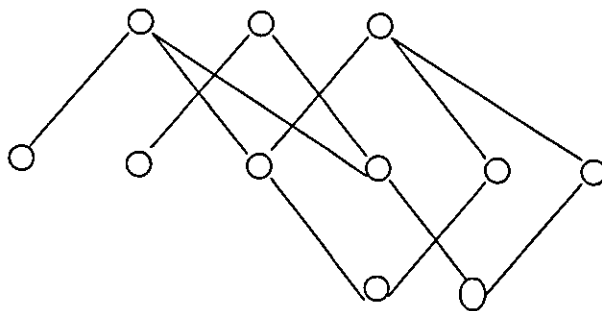
$$f(n) = 4f(n-1) - 4f(n-2) + 5$$

כאשר נתונים תנאי ההתחלה:

$$f(0) = 1; \quad f(1) = 2$$

שאלה 6

א. נתון הגרף הבא.



הוכח או הפרך:

1. קיים לגרף אוילריאן (=מעגל אוילר).
2. אין בגרף מעגלים באורך איזוגי.
3. הגרף קשיר.
4. הגרף פשוט.
5. הגרף הוא עץ.

ב. הוכח כי כל גרף בעל מספר קשתות גדול או זהה למספר הקודקודים מכיל מעגל.

בהצלחה!!!