

מתמטיקה בדידה (88195) – מבחן לדוגמא פרופ' סטוארט מרגוליס, פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
אין להשתמש בשום חומר עזר, כולל מחשבון.
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות. אם פתרם את כל השאלות – נא לציין 4 שאלות
לבדיקה, אחרת תיבדקנה 4 הראשונות. כל השאלות שוות-משקל.
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרונות. ניתן לסמן עמודים כ"טיוטה".

בהצלחה!

1. א. בטאו את הפסוק $(p \vee \neg q) \rightarrow \neg r$ באמצעות הקשרים \neg, \wedge , בלבד.
ב. בדקו את תשובתכם על ידי טבלת אמת.
2. יהי \triangleleft היחס על $P = \{1, \dots, 6\}$ המוגדר על ידי: $m \triangleleft n \Leftrightarrow (m = n \vee m + 2 \leq n)$.
א. הוכיחו: \triangleleft הוא יחס סדר חלקי על P .
ב. ציירו את דיאגרמת הסה של (P, \triangleleft) .
3. יהי \sim היחס על $A = P(\mathbb{N})$ המוגדר על ידי:
 $B \sim C \Leftrightarrow$ ההפרש הסימטרי $B \Delta C$ הוא קבוצה סופית.
א. הוכיחו: \sim הוא יחס שקילות על A .
ב. הוכיחו: כל מחלקת שקילות לגבי היחס \sim היא בת מנייה.
ג. מצאו את עוצמת קבוצת המנה (אוסף כל מחלקות השקילות הנ"ל). נמקו.
4. תהיינה $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ פונקציות כך ש- $g \circ f = h$, כאשר
 $h(n) = 2n \quad (\forall n \in \mathbb{N})$.
א. האם f חח"ע? הוכיחו או תנו דוגמא נגדית.
ב. האם g חח"ע? הוכיחו או תנו דוגמא נגדית.
5. תהיינה $\alpha < \beta$ עוצמות אינסופיות, ותהי B קבוצה בעוצמה β .
א. הוכיחו: יש ל- B תת-קבוצה A בעוצמה α .
ב. הוכיחו: B היא איחוד זר של קבוצות בעוצמה α כל אחת.