

מתמטיקה בדידה (88195) – בחינת סיום (מועד א') פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שלוש שעות.
אין להשתמש בשום חומר עזר, כולל מחשבון.
יש לענות על כל 5 השאלות, כל אחת בעמוד נפרד. כל השאלות שוות-משקל.
ניתן לסמן עמודים שלמים כ"טיוטה".
נא להסביר ולנמק היטב את כל הפתרונות.

בהצלחה!

1. הוכיחו: כל שתי עוצמות ניתנות להשוואה. ציינו בבירור על מה אתם מסתמכים.
2. תהי A קבוצה, ונגדיר $B := A \cup \{b_0\}$ כאשר $b_0 \notin A$. יהי R יחס על A , ונגדיר $S := R \cup \{(b_0, b_0)\}$ (יחס על B). הוכיחו או הפריכו:
 - א. אם R יחס שקילות (על A) אז S יחס שקילות (על B).
 - ב. אם R יחס סדר חלקי (על A) אז S יחס סדר חלקי (על B).
 - ג. אם R פונקציה (מ- A ל- A) אז S פונקציה (מ- B ל- B).
3. סדרה בינארית היא סדרה (אינסופית) של 0-ים ו-1-ים; פורמלית, זוהי פונקציה $f: \mathbb{N} \rightarrow \{0,1\}$. הוכיחו או הפריכו:
 - א. תהי A קבוצת כל הסדרות הבינאריות שאינן מכילות את הרצף 01. אזי $|A| = \aleph_0$.
 - ב. תהי B קבוצת כל הסדרות הבינאריות שאינן מכילות את הרצף 00. אזי $|B| = \aleph_0$.
 - ג. תהי C קבוצת כל הסדרות הבינאריות שאינן מכילות את הרצפים 00, 11. אזי $|C| = \aleph_0$.
4. חברה מסחרית החליטה לחלק לסטודנטים חולצות בחינם.
 - א. נניח שיוצרו 80 חולצות זהות. מה מספר הדרכים לחלק אותן בין 100 סטודנטים, אם כל סטודנט מקבל חולצה אחת לכל היותר?
 - ב. נניח שיוצרו 100 חולצות זהות. מה מספר הדרכים לחלק אותן בין 100 סטודנטים, אם אין הגבלה על מספר החולצות שכל סטודנט מקבל?
 - ג. נניח שיוצרו 120 חולצות זהות. מה מספר הדרכים לחלק אותן בין 100 סטודנטים, אם כל סטודנט מקבל לפחות חולצה אחת?
5.
 - א. הוכיחו שאפשר לקבל כל טבלת אמת (בכל מספר משתנים) ע"י שימוש בקשרים \neg, \vee, \wedge בלבד.
 - ב. הוכיחו שאפשר לעשות זאת גם ע"י שימוש בקשרים \neg, \vee בלבד.
 - ג. רשמו את טבלת האמת של \leftrightarrow , וקבלוה ע"י שימוש בקשרים \neg, \vee בלבד.