

מתמטיקה בדידה (88195) – בחינת סיום (מועד א')
פרופ' סטוארט מרגוליס וד"ר נתן קלר

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
אין להשתמש בשום חומר עזר, כולל מחשבון.
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות. אם פתרתם את כל השאלות – נא לציין 4 שאלות לבדיקה, אחרת תיבדקנה 4 הראשונות. כל השאלות שוות-משקל.
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרונות. ניתן לסמן עמודים לטייטל.

בהצלחה!

1. א. בטא באמצעות הקשרים \neg, \wedge , בלבד את הביטוי: $(p \vee \neg q) \rightarrow \neg r$.
- ב. תהיינה A, B קבוצות. הוכח כי $(A \cup B) \setminus B = A$ מתקיים אם ורק אם $A \cap B = \emptyset$.
2. תהיינה $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ו- $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ פונקציות כך שמתקיים $g \circ f = h$ כאשר $h(n) = 2n$ לכל $n \in \mathbb{Z}$. הוכח או הפרך:
 - א. f הינה פונקציה חח"ע בהכרח.
 - ב. g הינה פונקציה חח"ע בהכרח.
3. יהי \sqcup היחס על $P(\mathbb{Z})$ המוגדר ע"י: $A \sqcup B$ אם ורק אם ההפרש הסימטרי $A \Delta B$ הוא קבוצה סופית.
 - א. הוכח כי היחס \sqcup הוא יחס שקילות על $P(\mathbb{Z})$.
 - ב. הוכח כי כל מחלקת שקילות של היחס \sqcup היא בת מניה.
 - ג. מצא את עוצמת קבוצת מחלקות השקילות של היחס \sqcup .
4. א. הוכח כי כל קבוצה אינסופית ניתנת להצגה כאיחוד (זר) של קבוצות בנות מניה.
ב. הוכח כי לכל עוצמה אינסופית a מתקיים $a + a = a$.
5. בקורס שלנו 50 סטודנטים. ידוע כי:
 - 40 מתוכם הבינו את החומר בנושא "עוצמות".
 - 40 מתוכם הבינו את החומר בנושא "הלמה של צורן".
 - 40 מתוכם הבינו את החומר בנושא "קומבינטוריקה".
 - 34 מתוכם הבינו את החומר בנושאים "עוצמות" ו"הלמה של צורן".
 - 34 מתוכם הבינו את החומר בנושאים "עוצמות" ו"קומבינטוריקה".
 - 34 מתוכם הבינו את החומר בנושאים "הלמה של צורן" ו"קומבינטוריקה".
 א. הוכח כי קיים לפחות סטודנט אחד שהבין את החומר בכל שלושת הנושאים.
ב. בהנחה שקיימים בדיוק 4 סטודנטים שלא הבינו את החומר באף אחד מהנושאים, חשב כמה סטודנטים הבינו את החומר בכל שלושת הנושאים.