

מתמטיקה בדידה (88195) – בחינת סיום (מועד ב')
פרופ' סטוארט מרגוליס וד"ר נתן קלר

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
אין להשתמש בשום חומר עזר, כולל מחשבון.
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות. אם פתרתם את כל השאלות – נא לציין 4 שאלות לבדיקה, אחרת תיבדקנה 4 הראשונות. כל השאלות שוות-משקל.
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרונות. ניתן לסמן עמודים לטיוטה.

בהצלחה!

- א. הוכח או הפרך: הפסוקים $(a \wedge \neg b) \wedge (a \wedge \neg c) \rightarrow a \wedge \neg (b \vee c)$ שקולים.
ב. תהיינה A, B קבוצות. הוכח כי $A \times B = B \times A$ מתקיים אם ורק אם $A = B$ או $A = \emptyset$ או $B = \emptyset$.
- א. מצא קבוצה A ופונקציות $f: A \rightarrow A, g: A \rightarrow A$ כך ש- $f \circ g = 1_A$, אבל $g \circ f \neq 1_A$.
ב. תהיינה $f: A \rightarrow A, g: A \rightarrow A, h: A \rightarrow A$ פונקציות כך ש- $h \circ f = 1_A, f \circ g = 1_A$. הוכח כי f היא חח"ע ועל וכי $f^{-1} = g = h$.
ג. הוכח שאם $f: A \rightarrow A, g: A \rightarrow A$ פונקציות כלשהן כך ש- $f \circ g = 1_A$ ו- $g \circ f \neq 1_A$ אזי f היא פונקציה על אבל לא חח"ע ו- g היא פונקציה חח"ע אבל לא על.
- נסמן $F = 2^{2^{\aleph_0}}$. הוכח כי:
א. $F \cdot F = F$.
ב. $F^F = 2^F$.
- תהי X קבוצה ויהי R יחס סדר חלקי על X . הוכח כי קיים יחס סדר מלא S על X שמכיל את R .
5. במחלקה למתמטיקה יש סטודנטים משנים א', ב', ג', ו-ד'. בכל שנתון יש 50 סטודנטים. רוצים להרכיב וועדה בת 10 סטודנטים שתייצג נאמנה את הסטודנטים במחלקה. כמה אפשרויות יש לקבוע את כמות הנציגים של כל שנתון בוועדה, אם חייבים שיהיה לפחות נציג אחד מכל שנתון ואסור שיהיו יותר משלושה נציגים מאותו שנתון?