

20/09/15

**מבחן במתמטיקה בדידה 88-195 תשע"ה סמסטר קיץ מועד ב**

מרצים: מר ארז שיינר, ד"ר יונתן בק וד"ר אפי כהן.

משך המבחן: שלוש שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט וראש פתוח.

**הוראות הפעלה:**

יש לענות בפירוט על כל חמשת השאלות, כל תשובה מופיעה במקומה בשאלון.

המחברות משמשות לטייטה בלבד, ולא תבדקנה.

שימו לב: יש סה"כ 120 נקודות.

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	
סה"כ	

**בהצלחה**

## שאלה 1 (26 נק')

כל הקבוצות בשאלה זו הן תת קבוצות של קבוצה נתונה  $X$ .  
לכל  $A, U, V \subseteq X$  נגדיר פעולה בין שלושת הקבוצות ע"י:

$$U|A|V := (U \cap \bar{A}) \cup (V \cap A)$$

(תזכורת:  $\bar{A} = X \setminus A$  היא הקבוצה המשלימה)

א. (6 נק') הוכיחו כי  $U \cap V \subseteq U|A|V \subseteq U \cup V$ .

ב. (4 נק') הוכיחו כי  $U|A|V = V|\bar{A}|U$ .

ג. (6 נק') הוכיחו כי  $(U|A|V) \cap A = V \cap A$ .

ד. (10 נק') יהיו  $Q := U|\bar{A}|V, P := U|A|V$  הוכיחו כי  $P|\bar{A}|Q = V$  ו  $P|A|Q = U$ .

רמז לסעיף ד: השתמשו בסעיפים ב, ד.

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

## שאלה 2 (28 נק')

### סעיף א (16 נקודות)

תהי  $A$  קבוצה. יהיו  $S$  ו- $R$  יחסי שקילות על  $A$ .  
הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

i.  $R \cup S$  יחס שקילות.

ii.  $((A \times A) \setminus R) \cup I_A$  יחס שקילות.

( $I_A = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$  אז  $A = \{1,2,3\}$  לדוגמה אם)

### סעיף ב (12 נקודות)

תהיינה קבוצות  $A, B$  ותהי פונקציה  $f: A \rightarrow B$ . נניח כי  $D_1, D_2 \subseteq B$  וכי  $C_1, C_2 \subseteq A$ .

i. הוכיחו/הפריכו:  $f^{-1}[D_1 \cup D_2] = f^{-1}[D_1] \cup f^{-1}[D_2]$

ii. הוכיחו/הפריכו:  $f[C_1 \setminus C_2] = f[C_1] \setminus f[C_2]$

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב



שאלה 3 (20 נק')

**סעיף א (10 נקודות)**

ציירו גרף פשוט  $G$ , עם 5 קודקודים כך שגם ב  $G$  וגם ב  $\bar{G}$  אין שלושה קודקודים המחוברים זה לזה.

(תזכורת: הגרף המשלים  $\bar{G}$  הוא גרף עם אותם הקודקודים של  $G$ , ובין שני קודקודים ב  $\bar{G}$  יש צלע אם"ם אין צלע בין שני הקודקודים הללו ב  $G$ .)

**סעיף ב (10 נקודות)**

יהי  $G$  גרף פשוט עם 6 קודקודים. הוכיחו שב  $G$  או ב  $\bar{G}$  ישנם שלושה קודקודים המחוברים זה לזה.

(רמז: בחרו קודקוד אקראי וחלקו למקרים בהם הדרגה שלו קטנה שווה ל 2 או גדולה מ 2.)

דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_

**שאלה 4 (20 נק')**  
(הוכחת משפט מההרצאה)

תהי פונקציה  $f: A \rightarrow B$ . הוכיחו כי  $f$  הפיכה אם"ם  $f$  חח"ע ועל



## שאלה 5 (26 נק')

### סעיף א (14 נקודות)

נביט ביחס  $R$  על אוסף הפונקציות  $\{0,1\}^{\mathbb{N}} = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \{0,1\}\}$  המוגדר ע"י

$$fRg \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N} : f(n) - g(n) \neq (-1)^n$$

- i. (8 נק') הוכיחו כי  $R$  יחס סדר חלקי.
- ii. (3 נק') קבעו האם  $R$  יחס סדר **מלא** והוכיחו את קביעתכם.
- iii. (3 נק') מצאו את האיבר הקטן ביותר והאיבר הגדול ביותר ב  $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$  לפי  $R$  אם הם קיימים, אחרת הוכיחו שאינם קיימים.

### סעיף ב (12 נקודות)

נביט ביחס השקילות  $R$  על  $P(\mathbb{N})$  המוגדר ע"י  $ARB \Leftrightarrow |A| = |B|$ .  
מצאו את כל העוצמות האפשריות של מחלקות השקילות של  $R$ , הוכיחו.  
(אין צורך להוכיח שזהו יחס שקילות.)

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב



דף נוסף לשאלה מספר \_\_\_\_\_