

בס"ד

מבחן במתמטיקה בדידה תשע"ו סמסטר קיץ מועד א

מרצים: ד"ר ארז שיינר וד"ר אפי כהן.

משך המבחן: שלוש שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט.

הוראות הפעלה:

יש לענות בפירוט על כל חמשת השאלות, **כל תשובה מופיעה**

במקומה בשאלון. המחברות משמשות לטיוטה בלבד, **ולא**

יבדקו.

שימו לב: כל שאלה שווה 23 נקודות, לכן יש סה"כ **115** נקודות.

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

ציון:

בהצלחה

שאלה 1

סעיף א (10 נקודות)

נגדיר קשר לוגי nand באופן הבא: $p \uparrow q \equiv \neg(p \wedge q)$.
רשמו את פסוקים שקולים לפסוקים הבאים באמצעות הקשר לוגי nand בלבד:

i. $\neg p$

ii. $p \wedge q$

סעיף ב (13 נקודות)

תהיינה: $B \subseteq A \neq \emptyset$ שתי קבוצות. יהי R יחס מעל $P(A)$, המוגדר באופן

הבא: $\forall X, Y \in P(A): XRY \Leftrightarrow X \cup B = Y \cup B$.

i. הוכיחו כי R יחס שקילות מעל $P(A)$.

ii. עבור: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2\}$ כתבו בצורה מפורשת את $[\{3, 4\}]_R$.

iii. מצאו את גודל קבוצת המנה $|P(A)/R|$.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב

דף נוסף לשאלה מספר

שאלה 2

סעיף א (10 נקודות)

תהיי $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ פונקציה על ותהיי $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ פונקציה המקיימת $f(n) = g(3n+1)$. הוכיחו ש g לא חח"ע.

סעיף ב (13 נקודות)

תהי קבוצה A ויהיו R, S יחסי סדר חלקיים על A . הוכיחו/הפריכו כי:

- i. $R \cup S$ יחס סדר חלקי על A .
- ii. $R \cap S$ יחס סדר חלקי על A .
- iii. R/S אינו יחס סדר חלקי על A .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב

דף נוסף לשאלה מספר

שאלה 3 (23 נקודות)

לכל אחת מהקבוצות הבאות, קבעו האם עוצמתה היא $\aleph_0, \aleph, 2^{\aleph}, 2^{2^{\aleph}}$.
נמקו.

א. A היא קבוצת כל הישרים במישור בעלי שיפוע חיובי.
ב. A היא קבוצת כל הישרים במישור בעלי שיפוע חיובי העוברים דרך הראשית.

ג. $A = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid \forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq f(x) \leq 5\}$

ד. $A = (\mathbb{N}^{\mathbb{N}})^{\mathbb{N}} \times \mathbb{N}^{(\mathbb{N}^{\mathbb{N}})}$

דף נוסף לשאלה מספר

שאלה 4

סעיף א (16 נקודות)

תהי קבוצה A , הוכיחו כי $|P(A)| > |A|$ (כלומר $|P(A)| \geq |A|$ וגם $|P(A)| \neq |A|$).

סעיף ב (7 נקודות)

תהיינה קבוצות A, B, C כך ש $B \cup C = A$.

הוכיחו/הפריכו: $|P(B)| \cdot |P(C)| = |P(A)|$.

דף נוסף לשאלה מספר

שאלה 5

הגדרה: גרף נקרא K -צביע אם בהינתן K צבעים שונים ניתן לצבוע כל קודקוד בגרף, כך שלא תהיה קשת בין אף שני קודקודים באותו צבע.

סעיף א (6 נקודות)

הוכיחו/הפריכו: לכל $n \in \mathbb{N}$, אם G גרף קשיר עם n קודקודים ו- n קשתות, אזי G הינו 2-צביע.

סעיף ב (17 נקודות)

יהי גרף קשיר G עם n קודקודים ו- n קשתות. הוכיחו באינדוקציה או בכל דרך אחרת כי G הינו 3-צביע.

דף נוסף לשאלה מספר

דף נוסף לשאלה מספר
