

מבחן במתמטיקה בדידה תשע"ד סמסטר קיץ מועד א
מרצים: ד"ר גיל אריאל, ד"ר סולומון וישקאוצן וד"ר אפי כהן.
משך המבחן: שלוש שעות.
חומר עזר: מחשבון פשוט וראש פתוח.

הוראות הפעלה:

יש לענות בפירוט על כל חמשת השאלות, כל תשובה מופיעה במקומה בשאלון.
המחברות משמשות לטיוטה בלבד, ולא יבדקו.
שימו לב: כל שאלה שווה 23 נקודות, לכן יש סה"כ 115 נקודות.

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

ציון:

בהצלחה

ענה בפירוט בדרך זה

שאלה 1

סעיף א (8 נקודות)

מצאו את עוצמת קבוצת כל הפונקציות מ \mathbb{Q} על \mathbb{R} .

סעיף ב (15 נקודות)

נאמר שסדרה של מספרים שלמים $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ היא חסומה אם קיים קבוע $M \in \mathbb{Z}$ כך ש $|a_n| \leq M$ לכל $n \in \mathbb{N}$. מצאו את עוצמת קבוצת כל הסדרות החסומות של מספרים שלמים.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

ענה בפירוט בדף זה

שאלה 2 (23 נקודות)

תהי A קבוצה שיש בה לפחות שני אברים. תהי $f : A \rightarrow A$ פונקציה.

נגדיר פונקציה חדשה $g : A \rightarrow P(A)$ על ידי

$$g(a) = f^{-1}[f(\{a\})] \Delta f[f^{-1}(\{a\})]$$

הוכח או הפרך: אם f חד חד ערכית אז g אינה חד חד ערכית.

ענה בפירוט בדף זה

שאלה 3 (23 נקודות)

הוכח את המשפט: קבוצה חלקית לקבוצה בת מניה היא קבוצה בת מניה.

ענה בפירוט בדף זה

שאלה 4

- תהי X קבוצה אינסופית. קדם-חלוקה בת-מניה של X היא משפחה $\mathcal{F} \subseteq P(X)$ של קבוצות זרות בזוגות כך ש $|A| = \aleph_0$ לכל $A \in \mathcal{F}$. חלוקה בת-מניה של X היא חלוקה של X שהיא גם קדם-חלוקה בת-מניה.
- א. (15 נקודות) הראו כי קיימת קדם-חלוקה מקסימלית של X ביחס להכלה.
- ב. (8 נקודות) הראו כי קיימת חלוקה בת-מניה של X .

ענה בפירוט בדרך זה

שאלה 5

סעיף א (12 נקודות)

גרף קשיר שאין בו אף מעגל נקרא עץ. קודקוד בעץ שדרגתו שווה 1 נקרא עלה. הוכיחו שבכל עץ עם $2 \leq n$ קודקודים יש עלה.

סעיף ב (11 נקודות)

נגדיר יחס R על משפחה של קבוצות X באופן הבא: $(A, B) \in R \Leftrightarrow A \subseteq B$.

- i. נתון ש $X = P(\mathbb{N})$ רשום את האיבר הקטן ביותר והגדול ביותר. נמק!
- ii. נתון ש $X = P(\mathbb{N}) \setminus \{\emptyset, \mathbb{N}\}$ רשום קבוצה שמכילה את כל האיברים המינימלים. נמק!

הערה

אין קשר בין סעיף א לסעיף ב

