

בחינה בקורס תורת הקבוצות (01-202-88) - מועד א

אוניברסיטת בר-אילן, יום ג', י"ט מנחם אב תשע"ה (4.8.15)

מרצה: בועז צבאן.

מתרגל: חיים שרגא רוזנר.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.

הנחיות

א. השתדל לענות על כל השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם יש צורך במקום נוסף עבור התשובה, אפשר להמשיכה בגב אותו דף.

ב. המבחן הוא בשיטת "צבור כפי יכלתך":

הניקוד הכולל על כל שאלה הוא 35 נקודות או יותר.

עד 10 נקודות בונים יינתנו עבור סדר, נקיון, ואלגנטיות התשובות.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
סדר ונקיון	
סה"כ	

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

בהרה: גם אם הדבר לא כתוב בשאלה, עליך לנמק את תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

א. הגדר: קבוצה ϵ -טרנזיטיבית. (10 נק')

ב. יהיו α סודר, $A \subsetneq \alpha$ תת-קבוצה ϵ -טרנזיטיבית, ו $\beta := \min \alpha \setminus A$. הוכח: $A = \beta$. (25 נק')

תשובה:

שאלה 2

א. הוכח את משפט Hartogs: לכל קבוצה A יש סודר δ כך ש $\delta \not\subseteq A$. (20 נק')

ב. הגדר: κ^+ (עבור מונה κ).

ג. הוכח: אם $|A| = \kappa$, אז הסודר הקטן ביותר δ כך ש $\delta \not\subseteq A$ הוא κ^+ . (10 נק')

תשובה:

שאלה 3

יהיו $\lambda, \kappa, 2 \leq \kappa$ כך שלפחות אחד מהם אינסופי. נניח שהשערת הרצף המוכללת (GCH) מתקיימת. הוכח:

$$\kappa^\lambda = \begin{cases} \lambda^+ & \kappa \leq \lambda \\ \kappa^+ & \text{cf}(\kappa) \leq \lambda \leq \kappa \\ \kappa & \lambda < \text{cf}(\kappa) \end{cases}$$

(10 נק' לכל אחת משתי הטענות הראשונות. 15 נק' עבור הטענה השלישית.)

תשובה: