

גאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית 88-202

מבחן מועד ב' סמסטר ב' תשע"ג

משך המבחן: שלוש שעות. כל חומר עזר מותר בשימוש (כולל מחשבון).
 ענו על 4 מ-5 השאלות הבאות. סמנו בבירור על איזו שאלה אתם עונים והקיפו תשובות סופיות.

1. נתון מיפוי כלשהו $r : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

(א) הוכיחו כי לכל w, v מתקיים $g(w, v) = g(v, w)$ (כאשר g היא המטריקה).

(ב) בטאו את g_{11} באמצעות הביטויים $\frac{\partial r^i}{\partial w^j}$.

2. יהי הקטע הישר במישור xz המחבר בין הנקודות $(1, 1)$ ו- $(2, 2)$ (לא כולל הנקודות עצמן), ויהי M משטח הסיבוב, המתקבל ע"י סיבוב קטע זה סביב ציר z .

(א) מצאו פרמטריזציה עבור C .

(ב) מצאו פרמטריזציה עבור M .

(ג) חשבו את התבנית היסודית הראשונה $G = (g_{ij})$.

3. תהי $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$ עקומה פרמטרית ב- \mathbb{R}^3 .

(א) הוכיחו כי $\gamma(t)$ היא רגולרית.

(ב) מצאו שתי משוואות בלתי תלויות עבור הקואורדינטות x, y, z שהעקומה מקיימת.

(ג) חשבו את העקמומיות והפיתול של העקומה.

4. תהי $\gamma(t) = (t - \sin t \cos t, \sin^2 t, \cos t)$ עקומה פרמטרית המוגדרת בקטע $t \in (0, \pi)$.

(א) הוכיחו כי העקומה רגולרית בקטע זה.

(ב) מצאו פרמטריזציה טבעית, $\gamma(s)$ עבור העקומה.

5. יהי $M \subseteq \mathbb{R}^3$ המשטח הנתון ע"י המשוואה $x = yz$.

(א) מצאו פרמטריזציה רגולרית, $r(u, v)$ עבור M .

(ב) חשבו את התבנית היסודית השנייה.

(ג) חשבו את עקמומיות גאוס.

בהצלחה